XV Wrocławski Konkurs Matematyczny

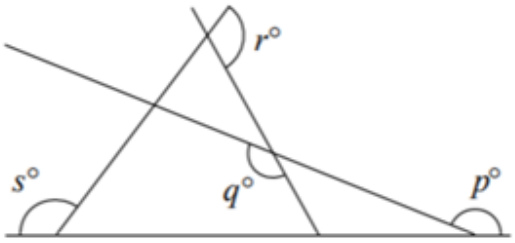
rok szkolny 2019/2020

Etap I – szkolny

Matematyka to „sztuka poprawnego rozumowania”.
Odpowiedź do każdego zadania należy uzasadnić, nie wystarczy odpowiedzieć tak lub nie.

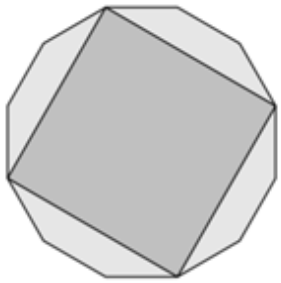
ZAD. 1. Nauczyciel zadał maturzystom serię zadań, które mieli rozwiązać w określonym terminie. Karol postanowił codziennie rozwiązywać tę samą liczbę zadań. Krzysiek obliczył, że jeśli dziennie będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej od Karola, to skończy o 3 dni wcześniej niż Karol. Maciek postanowił rozwiązywać codziennie o 2 zadania więcej od Krzyśka i obliczył, że wszystkie zadania rozwiąże o 2 dni wcześniej niż Krzysiek. Ile zadań mieli do rozwiązania maturzyści?

ZAD. 2. Cztery proste przecinają się w sposób pokazany na rysunku. Jaka jest wartość wyrażenia $p + q + r + s$?



ZAD. 3. Ile spośród dziewięciocyfrowych liczb całkowitych postaci $\overline{pqrpqrpqr}$ jest wielokrotnościami 24? Cyfry p, q i r nie muszą być różne.

ZAD. 4. W dwunastokąt foremny wpisano kwadrat jak na rysunku. Jaki jest stosunek pola kwadratu do pola dwunastokąta?



ZAD. 5. Pewna liczba dwucyfrowa została podzielona przez sumę swoich cyfr. Wynik okazał się liczbą większą niż 2,6 i mniejszą niż 2,7. Jakie liczby dwucyfrowe spełniają ten warunek? Oczywiste jest, że należy podać wszystkie.

ZAD. 6. Wszystkie numery telefonów w Świstkowie składają się z sześciu cyfr i każdy z nich zaczyna się cyframi 81. Maciek znalazł świstek papieru (przedstawiony na rysunku) z fragmentem numeru telefonu Ani. Na ile różnych sposobów możemy otrzymać numer telefonu Ani?

Powodzenia!

XVI Wrocławski Konkurs Matematyczny
rok szkolny 2021/2022

Etap I – szkolny

Matematyka to sztuka poprawnego rozumowania. Nie wystarczy podać wyniku zadania. Trzeba przedstawić poprawny sposób rozumowania.

ZAD.1. Na kawałku papieru napisana jest liczba

2	5	8	1	9	5	3	7	6	4

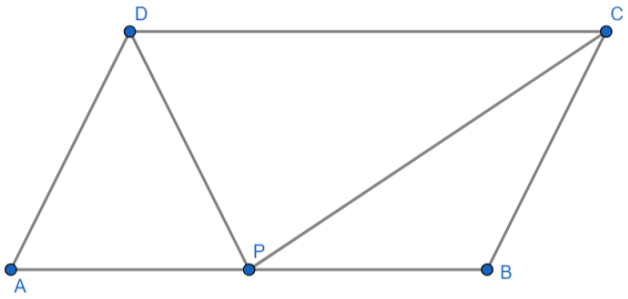
Janek planuje dokonać takich dwóch cięć wzdłuż linii przerywanych, aby suma otrzymanych trzech liczb była najmniejsza. Ile jest równa ta suma?

ZAD.2 Dana jest liczba $k = \overline{12x34y}$.

Powyższy zapis oznacza, że $k = 100000 + 20000 + 1000x + 300 + 40 + y$.

Wiedząc, że liczba k jest podzielna przez 18 wyznacz wszystkie możliwe liczby k.

ZAD.3. W równoległoboku *ABCD* środek *P* boku *AB* połączono odcinkami z wierzchołkami *D* i *C* (rysunek). Wiadomo, że $|DP|=5cm$ i $|PC| =12cm$ oraz $|AB|=2|BC|$. Oblicz obwód równoległoboku.



ZAD.4. Znajdź wszystkie pary liczb naturalnych (x, y) spełniających równanie:

$$x^2 - 10^2 = y^2 + 10^2.$$

ZAD.5. Co jaki czas wskazówka minutowa zegara pokrywa się ze wskazówką godzinową?

ZAD.6. Pusty basen można napełnić wodą z dwóch kranów. Jeżeli otworzymy pierwszy kran na 5 godzin, następnie zamkniemy go i otworzymy drugi kran na 10 godzin, to basen napełni się w 35%. Jeżeli natomiast otworzymy jednocześnie oba krany, to basen zostanie całkowicie napełniony w ciągu $22\frac{2}{9}$ godzin. Ile godzin potrzeba do napełnienia całego basenu za pomocą każdego kranu oddzielnie?

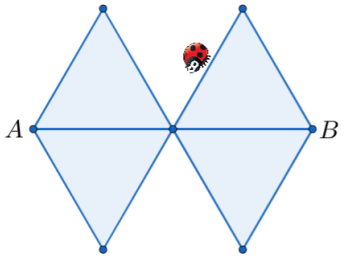
Powodzenia!

XVII Wrocławski Konkurs Matematyczny
rok szkolny 2022/2023

Etap I – szkolny

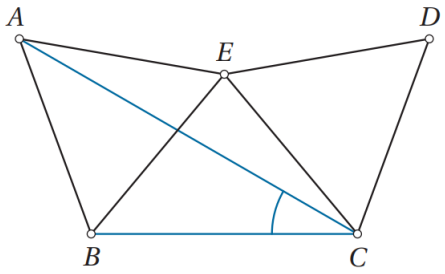
Zadanie 1. zadanie anulowane

Zadanie 2. Biedronka przemieszcza się między punktami A i B chodząc po krawędziach siatki, przestrzegając ustalonych zasad. Nigdy nie przechodzi dwa razy tą samą krawędzią (może natomiast kilka razy przejść przez ten sam punkt) oraz zatrzymuje się, gdy pierwszy raz dojdzie do punktu B. Ile różnych ścieżek z punktu A do B może wybrać biedronka?



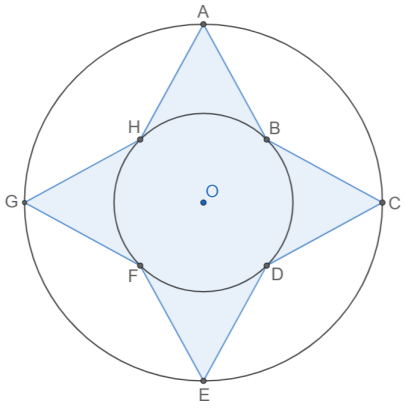
Zadanie 3. W ogrodzie rośnie 18 krzaczków pomidorów. Na każdym z nich była taka sama liczba pomidorów. Ogrodnik zebrał część pomidorów z krzaczków, z niektórych zebrał dokładnie połowę, z niektórych $\frac{1}{3}$ liczby pomidorów, natomiast z pozostałych nie zebrał ani jednego. Gdy przeliczył swoje zbiory, okazało się, że zebrał w sumie $\frac{1}{9}$ wszystkich pomidorów. Na ilu krzaczkach pozostały wszystkie pomidory?

Zadanie 4. Trójkąty ABE oraz CDE są przystające i równoboczne, o wspólnym wierzchołku E (patrz rysunek). Oblicz miarę kąta ACB.



Zadanie 5. Liczba $\frac{10^{641} \cdot (10^{640} - 1)}{9} + 1$ to największa liczba pierwsza, składającą się wyłącznie z cyfr 0 i 1, odkryta w 1984 przez inżyniera oraz matematyka Harvey'a Dubnera. Ile cyfr ma ta liczba?

Zadanie 6. Poniższy rysunek przedstawia dwa okręgi o wspólnym środku O oraz promieniach odpowiednio 1 i 2, oraz ośmiokąt ABCDEFGH o bokach równej długości. Oblicz obwód ośmiokąta ABCDEFGH.



XVIII Wrocławski Konkurs Matematyczny
rok szkolny 2023/2024

Etap I – szkolny

Zadanie 1.

(a) O ile % robotnik zwiększył wydajność pracy, jeżeli to co robił w ciągu 9 godzin, wykonał w ciągu 8 godzin? (2)

(b) W pewnej szkole liczba wszystkich uczniów zmniejszyła się o 10%, wówczas liczba uczennic zwiększyła się z 50% do 55% całej społeczności uczniowskiej. O ile procent zmniejszyła się liczba uczennic? (2)

(c) Mecze piłki nożnej lokalnej drużyny piłki nożnej cieszą się nienaganną frekwencją. W sezonie cena biletu na mecz wynosiła 30 złotych. Z okazji ostatniego meczu w sezonie cenę tę obniżono, co spowodowało, że liczba widzów wzrosła o 50%, a dochód ze sprzedaży wzrósł o 25%. O ile złotych obniżono cenę biletu? (2)

Zadanie 2.

(a) Jaki kąt wypukły tworzą wskazówki zegara (godzinowa i minutowa) o godzinie 14:20? (1)

(b) Jaki kąt wklęsły tworzą wskazówki zegara (godzinowa i minutowa) o godzinie 18:33? (2)

(c) Ile razy w ciągu doby wskazówki minutowa i godzinowa tworzą kąt prosty? (3)

Zadanie 3.

(a) Jacek za trzy lata będzie trzy razy starszy niż był trzy lata temu. Ile lat ma teraz Jacek? (1)

(b) Cztery lata temu Paweł miał o 25% mniej lat niż Gaweł. Za cztery lata Gaweł będzie miał o 20% więcej lat niż Paweł. Ile lat mają obecnie? (2)

(c) Gdy ojciec będzie w wieku babci, będzie miał razem ze swoją córką 81 lat. Gdy córka będzie w wieku ojca, ojciec i córka będą mieli razem 79 lat, a ojciec i babcia 126 lat. Ile lat mają obecnie córka, ojciec i babcia? (3)

Zadanie 4.

(a) Niech $x = 5^8 \cdot 3^{11} \cdot 2^{2023}$ oraz $y = 30^{2021}$. Wyznacz $\mathrm{NWD}(x, y)$. (1)

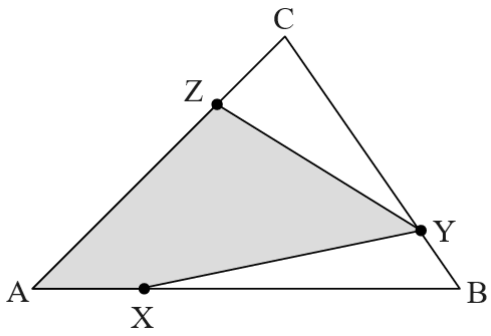
(b) Wyznacz $\mathrm{NWD}(6^{39}, 2800563^{14})$. (2)

(c) Wyznacz $\mathrm{NWD}(78^{57}, 13650260^{31})$. (3)

Przenieś odpowiedzi do zadań od 1. do 4. na kartę odpowiedzi.
Zadania 5. i 6. znajdują się na odwrocie strony

XVIII Wrocławski Konkurs Matematyczny
rok szkolny 2023/2024

Etap I – szkolny

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie liczby całkowite a dla których wartość wyrażenia $\dfrac{3a-7}{a+1}$ jest liczbą naturalną i uzasadnij, że innych nie ma.

Zadanie 6. Rozważmy trójkąt różnoboczny ABC. Punkty X, Y, Z dzielą odpowiednie boki trójkąta ABC w stosunku $1\colon 3$ (zobacz rysunek). Jaką część pola trójkąta ABC stanowi czworokąt $AXYZ$.