

Runda II – 15 XI 2023 r.

UWAGA!

1. Rozwiązanie każdego zadania musi zawierać uzasadnienie, chyba że polecenie wprost mówi inaczej. Nawet bezbłędna odpowiedź nie otrzyma maksymalnej liczby punktów, jeśli nie jest uzasadniona.
2. Uzasadnieniem powinien być dokładny i systematyczny spis faktów i reguł oraz czytelne przedstawienie sposobu rozumowania, który doprowadził Cię do rozwiązania. Nie podawaj odpowiedzi alternatywnych w nadziei, że jedna z nich będzie poprawna (chyba że oczywiście o taką odpowiedź chodzi w zadaniu). Jeśli podasz więcej niż jedną odpowiedź, nie dostaniesz punktów, nawet jeśli jedna z nich jest właściwa. Nie dostaniesz też punktów za przedstawienie różnych, sprzecznych ze sobą uzasadnień, pamiętaj więc, aby usunąć (wymazać lub skreślić) wszystko, czego nie chcesz zawrzeć w ostatecznym, ocenianym przez jury rozwiązaniu.

Zadanie 1. Palindromem nazywamy liczbę, która czytana z lewej strony do prawej lub z prawej do lewej brzmi tak samo. Palindromem jest np. liczba 13231. Ile jest liczb palindromicznych w przedziale $(10; 2023)$?

Zadanie 2. Znajdź wszystkie dodatnie liczby całkowite n takie, że

$$n^2 + n + 19$$

jest kwadratem liczby całkowitej.

Zadanie 3. Trójkąt ABC jest prostokątny o kącie prostym przy wierzchołku A . Punkt D znajduje się na boku AB tak, że $3\angle ACD = \angle ACB$ oraz $BC = 2BD$. Oblicz stosunek długości odcinka DB do długości odcinka DA .

Zadanie 4. Ile trójek (m, n, k) liczb całkowitych dodatnich większych niż 1 spełnia warunek:

$$(m!) \cdot (n!) = (k!)$$